

1 벡터장 \mathbf{F} 와 곡면 S 및 S 의 연속 단위 법선벡터장 \mathbf{n} 의 방향이 각각 다음과 같이 주어졌을 때 스톡스 정리를 사용하여 $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$ 의 값을 구하시오.

(a) $\mathbf{F}(x, y, z) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$,

S 는 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 중에서 xy 평면의 위쪽에 있는 부분이며, \mathbf{n} 은 구 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$ 를 벗어나는 방향으로 주어졌다.

(b) $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + (y-1)\mathbf{k}$,

S 는 포물면 $z = x^2 + y^2 + 1$ 중에서 평면 $z = 2$ 의 아래쪽에 있는 부분이며, $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} < 0$ 이다.

(c) $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y + xz)\mathbf{i} + (2x + yz)\mathbf{j}$,

S 는 타원체면 $\frac{x^2}{4} + y^2 + (z-1)^2 = 2$ 중에서 xy 평면의 위쪽에 있는 부분이며, \mathbf{n} 은 타원체 $\frac{x^2}{4} + y^2 + (z-1)^2 \leq 2$ 를 벗어나는 방향으로 주어졌다.

2 벡터장 \mathbf{F} 와 곡선 C 및 C 의 방향이 각각 다음과 같이 주어졌을 때 스톡스 정리를 사용하여 $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \oint_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T} ds$ 의 값을 구하시오. 여기에서 \mathbf{T} 는 C 의 단위 접선벡터장이다.

(a) $\mathbf{F}(x, y, z) = (y + 2z)\mathbf{i} + (2x + z)\mathbf{j} + (x + 2y)\mathbf{k}$,

곡선 C 는 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 와 평면 $z = 1$ 의 교집합이며, 그 방향은 C 를 xy 평면에 내린 정사영이 양의 방향을 가지도록 주어졌다.

(b) $\mathbf{F}(x, y, z) = (-yz, x^4y^4, x^5z)$,

곡선 C 는 포물면 $z = x^2 + y^2$ 과 평면 $z = 1$ 의 교집합이며, 그 방향은 C 를 xy 평면에 내린 정사영이 양의 방향을 가지도록 주어졌다.

(c) $\mathbf{F}(x, y, z) = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$,

곡선 C 는 일엽쌍곡면 $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ 과 평면 $3x + 2y + z = 1$ 의 교집합이며, 그 방향은 C 를 xy 평면에 내린 정사영이 양의 방향을 가지도록 주어졌다.