

1 그린 정리를 사용하여 다음 선적분의 값을 구하시오. 주어진 닫힌 곡선(폐곡선) C 는 양의 방향(반시계 방향)을 가진다.

(a) $\int_C x \cos y \, dx + y \sin x \, dy$, C 는 사각형 영역 $[0, \pi] \times [0, \pi]$ 의 경계

(b) $\int_C (x^2 + y^2) \, dx + 2x \, dy$, C 는 타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

(c) $\int_C (\cosh(x^2 + 1) + y) \, dx + (x^2 - \sinh(y^2)) \, dy$,
 C 는 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$ 를 꼭짓점으로 가지는 삼각형 영역의 경계

(d) $\oint_C (e^{x^2} + y^3) \, dx + (-x^3 + \sin(y^2)) \, dy$, $C : x^2 + y^2 = 4$

(e) $\oint_C -3xy \, dx + 2xy \, dy$,
 C 는 영역 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0 \text{ 이고 } x^2 + y^2 \leq 1\}$ 의 경계

2 다음과 같이 주어진 영역 $D \subset \mathbb{R}^2$ 의 넓이를 그린 정리를 이용하여 구하시오.

(a) D 는 매개변수곡선 $C(t) = (t^2 - 1, t^3 - t)$ ($-1 \leq t \leq 1$)로 둘러싸인 영역

(b) D 는 매개변수곡선 $x = t - \sin t$, $y = \cos t - 1$ ($0 \leq t \leq 2\pi$)와 x 축으로 둘러싸인 영역

(c) D 는 극방정식 $r = \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$)와 x 축으로 둘러싸인 영역

(d) D 는 곡선 $y = x^2$ 과 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 유계 영역

3 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 \leq 0\}$ 이고

$$\mathbf{F}(x, y) = (x^2 + y^2)\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j}$$

일 때, 선적분 $\int_{\partial D} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, ds$ 의 값을 구하시오. 여기에서 \mathbf{n} 은 D 의 경계 ∂D 위의 단위법선벡터장으로, D 를 벗어나는 방향으로 주어졌다.