1 $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y-1)^2 \le 1\}$에 대해 이중적분 $\iint_D y^2 dxdy$의 값을 구하시오.

(힌트: $u = x$, $v = y - 1$로 치환하거나, 부등식 $0 \le r \le 2\sin\theta$를 이용하세요.)

2 반복적분 $\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} 8y^2 \, dydx$ 의 값을 극좌표 치환을 이용하여 구하시오.

3 $\mathbb{R}^3$의 유계 영역 D가 아래와 같이 주어졌을 때, 주어진 삼중적분의 값을 적절한 치환을 이용하여 구하시오.

(a) $\iiint_D ze^{x^2+y^2} dxdydz, \quad D = \{(x,y,z) \mid x^2 + y^2 \le 1,\ y \ge 0,\ 0 \le z \le 2\}$

(b) $\iiint_D z \, dxdydz$, D는 원기둥면 $x^2 + y^2 = 1$과 두 평면 $y + z = 1$, $x - z = -4$로 둘러싸인 영역

(c) $\iiint_D x^2 dxdydz$, D는 두 포물면 $z = x^2 + y^2$과 $z = 8 - x^2 - y^2$으로 둘러싸인 영역

(d) $\iiint_D 1 \, dxdydz, \quad D = \{(x,y,z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \le a^2\}$ (a는 양의 상수)

(e) $\iiint_D z^2 dxdydz, \quad D = \{(x,y,z) \mid 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4\}$

(f) $\iiint_D z \, dxdydz$, D는 반구면 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$과 원뿔면 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$으로 둘러싸인 영역

(g) $\iiint_D (x^2 + y^2) dxdydz$, D는 반구면 $y = \sqrt{1 - x^2 - z^2}$과 xz 평면으로 둘러싸인 영역 (힌트: $\sin^3\phi = (1 - \cos^2\phi)\sin\phi$)

4 상수 α, β가 $0 \le \alpha < \beta \le 2\pi$를 만족한다. 실함수 f가 구간 $[\alpha, \beta]$에서 연속이고 $f \ge 0$이라 하자. xy 의 유계 영역 D가 극좌표 연립부등식

$$\alpha \le \theta \le \beta, \quad 0 \le r \le f(\theta)$$

로 주어졌을 때, D의 넓이가 $\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta \big(f(\theta)\big)^2 d\theta$임을 보이시오.

5 xy 평면의 영역 D가 극좌표 부등식 $1 \le r \le 1 + \cos\theta$ 으로 주어졌을 때, D의 넓이를 구하시오. (힌트: 교재 7장 예제 7.1.7)