

1 연쇄법칙을 이용하여 $w'(t)$ 를 구하시오.

(a) $w = xe^y, \quad x = t^3, \quad y = t^2$

(b) $w = xy + yz + zx, \quad x = e^t, \quad y = \cos t, \quad z = \sin t$

2 연쇄법칙을 이용하여 $\frac{\partial w}{\partial u}(u, v)$ 와 $\frac{\partial w}{\partial v}(u, v)$ 를 각각 구하시오.

(a) $w = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}, \quad x = u^2 + v^2, \quad y = uv$

(b) $w = x^2 - y^2, \quad x = e^u \cos v, \quad y = e^u \sin v$

(c) $w = xe^z \cos y, \quad x = 2u + v, \quad y = u - v, \quad z = u + 3v$

3 이변수 함수 $f = f(x, y)$, $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$ 가 모두 C^1 함수이고, 다음 정보를 만족한다.

(a, b)	$f(a, b)$	$x(a, b)$	$y(a, b)$	$x_u(a, b)$	$x_v(a, b)$	$y_u(a, b)$	$y_v(a, b)$
$(0, 1)$	1	-1	2	-1	0	1	2
$(1, 1)$	2	0	1	1	-1	2	1

이변수 함수 g 가 다음과 같이 주어지고

$$g(u, v) = (3u + v)f(x(u, v), y(u, v))$$

$g_u(1, 1) = 7$, $g_v(1, 1) = 5$ 를 만족할 때, $f_x(0, 1)$ 과 $f_y(0, 1)$ 의 값을 각각 구하시오.

4 등식 $xy^5 + x^2y = 6$ 을 만족하는 $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ 의 집합이 점 $P(2, 1)$ 의 근방에서 $y = f(x)$ 의 형태로 표현된다고 한다. 이 때 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

5 다음 등식을 만족하는 $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ 의 집합이 점 $P(1, 1, 1)$ 의 근방에서 $z = f(x, y)$ 의 형태로 표현된다고 한다. 이 때 $f_x(1, 1)$ 과 $f_y(1, 1)$ 의 값을 각각 구하시오.

$$xy^2 + yz^2 + zx^2 = 3$$

6 1사분면에서 정의된 이변수 C^1 함수 f 에 대해 $z = f(r \cos \theta, r \sin \theta)$ 라 하자. 다음 등식을 증명하시오.

$$\left[(z_r)^2 + \frac{1}{r^2} (z_\theta)^2 \right] (r, \theta) = \|\nabla f(r \cos \theta, r \sin \theta)\|^2.$$