1 지시된 점 $x = a$ 에서 주어진 함수의 n차 테일러다항식을 정의를 이용하여 구하여라.

(a) $\sin x\ ;\quad a = \frac{\pi}{4},\quad n = 6$

(b) $e^{-x}\ ;\quad a = -1,\quad n = 6$

2 테일러전개를 이용하여 다음 극한값을 구하여라.

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

(b) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2) - x^2 + \frac{x^6}{6}}{x^{10}}$

3 다음 물음에 답하여라.

(a) 임의의 자연수 n과 실수 $x > 0$에 대해 다음 부등식이 성립함을 테일러 정리를 이용하여 증명하여라.

$$\left| \ln(1+x) - \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} x^k \right| \le \frac{|x|^{n+1}}{n+1} \qquad (x > 0)$$

(b) 위의 부등식의 n에 적당한 값을 대입하여 $\ln(1.1)$의 근삿값을 소수점 이하 세째 자리까지 정확하게 구하여라.

4 교대급수 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$이 $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$과 $a_n \ge a_{n+1} \ge 0$ $(\forall n \in \mathbb{N})$을 만족하면 임의의 자연수 n에 대해 $\left| \sum_{k=n+1}^{\infty} (-1)^k a_k \right| \le |a_{n+1}|$ 임이 알려져 있다. 다음 물음에 답하여라.

(a) 멱급수 이론을 이용하여 다음 부등식을 증명하여라.

$$\int_0^1 \sin(x^2)dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(4n+3)}$$

(b) 임의의 자연수 n에 대해 다음 부등식이 성립함을 보여라.

$$\left| \int_0^1 \sin(x^2)dx - \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!(4k+3)} \right| \le \frac{1}{(2n+3)!(4n+7)}$$

(c) 위의 부등식을 이용하여 $\int_0^1 \sin(x^2)dx$ 의 근삿값을 소수점 이하 세째자리까지 정확하게 구하여라. 필요하면 간단한 계산기를 사용하여라.