

1 주어진 급수의 수렴 여부를 판정하고, 간단하게 설명하여라.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2n}\right)^n$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

(힌트: 필요하면 부분분수 $\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)$ 를 이용하시오.)

2 다음 각각의 명제가 참이면 증명하고, 거짓이면 반례를 들고 설명하여라.

$$(a) \text{ 급수 } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ 이 수렴하고 } \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ 이 발산하면 } \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) \text{ 은 발산한다.}$$

$$(b) c \in \mathbb{R} \text{ 가 } 0 \text{ 이 아닌 상수라 하자. 급수 } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ 이 발산하면 } \sum_{n=1}^{\infty} ca_n \text{ 도 발산한다.}$$

$$(c) N \text{ 이 고정된 자연수라 하자. 급수 } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ 이 수렴하면 } \sum_{n=N}^{\infty} a_n \text{ 도 수렴한다.}$$

$$(d) N \text{ 이 고정된 자연수라 하자. 급수 } \sum_{n=N}^{\infty} a_n \text{ 이 수렴하면 } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ 도 수렴한다.}$$