

1 각각의 특이적분이 수렴함을 증명하여라.

(a) $\int_0^{\infty} e^{-px} dx$ ($p > 0$ 는 상수)

(b) $\int_{-\infty}^0 xe^{-x^2} dx$

(c) $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^{2/3}}$

(d) $\int_0^1 \ln x dx$

2 비교판정법을 사용하여 다음 각각의 특이적분의 수렴하는지 발산하는지 판정하여라.

(a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$

(b) $\int_1^{\infty} \frac{1}{(x+x^3)^{2/3}} dx$

(c) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x} e^{-x} dx$

3 p 가 양의 상수라 하자. 특이적분 $\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^p} dx$ 가 수렴하는 p 의 범위를 구하여라.

4 p 가 양의 상수라 하자. 특이적분 $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^p \ln x} dx$ 는 $p > 1$ 일 때 수렴함을 비교판정법을 이용하여 증명하여라.

5 p 가 양의 상수라 하자. 특이적분 $\int_0^1 \frac{1}{(1-x^2)^p} dx$ 가 수렴하는 p 의 범위를 비교판정법을 이용하여 구하여라.

(힌트: $x \in [0, 1]$ 일 때 $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{1+x} \leq 1$)