

1 $x \neq 0$ 일 때 $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{x}$ 로 정의된 함수 f 에 대해 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 를 각각 구하여라.

2 다음 극한이 존재하는지 판정하고, 존재할 경우 그 극한값을 구하여라.
(주의: 로피탈 정리를 쓰지 마세요.)

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x - 1}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x(x-1)} + \frac{2}{x(x+2)} \right)$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$

(f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{5x}$

(g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x + 1} \right)$

(h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(x^2)$

3 다음 명제가 참이면 증명하고, 거짓이면 반례를 제시하고 설명하여라.

(a) $x \rightarrow 0$ 일 때 $f(x)$ 가 어떤 상수로 수렴하고 $g(x)$ 가 발산하면 $x \rightarrow 0$ 일 때 $f(x) + g(x)$ 는 항상 발산한다.

(b) $x \rightarrow 0$ 일 때 $f(x)$ 가 어떤 상수로 수렴하고 $g(x)$ 가 발산하면 $x \rightarrow 0$ 일 때 $f(x)g(x)$ 는 항상 발산한다.

(c) $x \rightarrow 0$ 일 때 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모두 발산하면 $x \rightarrow 0$ 일 때 $f(x) + g(x)$ 도 발산한다.

(d) $x \rightarrow 0$ 일 때 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모두 발산하면 $x \rightarrow 0$ 일 때 $f(x)g(x)$ 도 발산한다.

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = 0$ 이다.

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$ 이거나 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$ 이다.