1 벡터장 $\mathbf{F}$ 와 곡면 S 및 S 위의 단위 법선벡터장 $\mathbf{n}$ 의 방향이 각각 다음과 같이 주어졌을 때 스토크스 정리를 사용하여 $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\, dS$ 의 값을 구하시오.

(a) $\mathbf{F}(x,y,z) = (-y + xz)\,\mathbf{i} + (2x + yz)\,\mathbf{j}$,
S 는 타원체면 $\dfrac{x^2}{4} + y^2 + (z-1)^2 = 2$ 중에서 xy 평면의 위쪽이며, $\mathbf{n}$ 은 타원체 $\dfrac{x^2}{4} + y^2 + (z-1)^2 \le 2$ 를 벗어나는 방향으로 주어졌다.

(b) $\mathbf{F}(x,y,z) = -y\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j} + 2z\,\mathbf{k}$,
S 는 구면 $x^2+y^2+z^2 = 2$ 중에서 평면 $z = x$ 의 위쪽이며, $\mathbf{n}$ 은 구 $x^2+y^2+z^2 \le 2$ 를 벗어나는 방향으로 주어졌다.

(c) $\mathbf{F}(x,y,z) = z\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j} + (y-1)\,\mathbf{k}$,
S 는 포물면 $z = x^2 + y^2 + 1$ 중에서 평면 $z = 2x + 2y$ 의 아래쪽이며, $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} > 0$.

2 벡터장 $\mathbf{F}$ 와 곡선 C 및 C 의 방향(orientation)이 각각 다음과 같이 주어졌을 때 스토크스 정리를 사용하여 $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \oint_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}\, ds$ 의 값을 구하시오.
여기에서 $\mathbf{T}$ 는 C 의 단위 접선벡터장이다.

(a) $\mathbf{F}(x,y,z) = yz\,\mathbf{i} + xz\,\mathbf{j} + xy\,\mathbf{k}$,

곡선 C 는 일엽쌍곡면 $2x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$ 과 평면 $3x + 2y + z = 1$ 의 교집합이며, 그 방향은 C 를 xy 평면에 내린 정사영이 양의 방향을 가지도록 주어졌다.

(b) $\mathbf{F}(x,y,z) = \big(x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}\big) \times \big(3\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}\big)$,

곡선 C 는 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 과 평면 $x + 2y + 2z = 1$ 의 교집합이며, 그 방향은 C 를 xy 평면에 내린 정사영이 양의 방향을 가지도록 주어졌다.

(c) $\mathbf{F}(x,y,z) = (z - x)\,\mathbf{i} + xz\,\mathbf{j} + (x + y)\,\mathbf{k}$,

곡선 C 는 포물면 $z = x^2 + y^2$ 과 평면 $z = 2y$ 의 교집합이며, 그 방향은 C 를 xy 평면에 내린 정사영이 양의 방향을 가지도록 주어졌다.