1 $T = [0,1]\times[0,2]\times[0,3] \subset \mathbb{R}^3$ 이고 $\mathbf{F}(x,y,z) = \langle xy,\ yz,\ zx\rangle$일 때 $\displaystyle\iint_{\partial T} \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\, dS$ 의 값을 구하시오. 여기에서 $\mathbf{n}$ 은 T 의 경계 ∂T 위의 외향(outward) 단위법선벡터장이다. 즉, $\mathbf{n}$은 T 를 벗어나는 방향으로 주어졌다.

2 $\mathbf{F}(x,y,z) = x^3\,\mathbf{i} + y^3\,\mathbf{j} + 2z^3\,\mathbf{k}$ 이고

$$T = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid 1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4\}$$

일 때, 곡면적분 $\displaystyle\iint_{\partial T} \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\, dS$ 의 값을 구하시오. 여기에서 $\mathbf{n}$은 ∂T 위의 외향 단위법선벡터장이다.

3 $\mathbf{F}(x,y,z) = x(x^2+y^2+1)\mathbf{i} + y(x^2+y^2+1)\mathbf{j} + z(x^2+y^2+1)\mathbf{k}$ 일 때, 입체

$$T = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2-1 \le z \le 0\}$$

에 대해 곡면적분 $\displaystyle\iint_{\partial T} \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\, dS$ 의 값을 구하시오. 여기에서 $\mathbf{n}$은 ∂T 위의 외향 단위법선벡터장이다.

4 $\mathbb{R}^3$의 영역 T 는 포물면 $z = 9 - x^2 - y^2$ 의 아래쪽과 포물면 $z = 2x^2 + 2y^2 - 3$ 의 위쪽에 위치한 유계(bounded) 영역이다. 곡면 ∂T 를 통한 벡터장

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \langle x^2 + e^y \sin z,\ \ y^2 + e^z \cos x,\ \ z + x\ln(y^2+1)\rangle$$

의 유량(flux) $\displaystyle\iint_{\partial T} \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\, dS$ 의 값을 구하시오. 여기에서 $\mathbf{n}$은 ∂T 위의 외향 단위법선벡터장이다.

5 두 곡면 S_1, S_2가 다음과 같이 주어졌다고 하자.

$$S_1 = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 = 4 \text{ 이고 } 0 \le z \le 3\},$$
$$S_2 = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 < 4 \text{ 이고 } z = 3\}.$$

$\mathbf{F}(x,y,z) = y^2\,\mathbf{i} + z^2\,\mathbf{j} + x^2\,\mathbf{k}$ 일 때, 발산정리를 이용하여 $\displaystyle\iint_{S_1\cup S_2} \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\, dS$ 의 값을 구하시오. 여기에서 $\mathbf{n}$은 곡면 $S_1\cup S_2$ 위의 단위법선벡터장으로, S_1 위에서는 $\mathbf{n}\cdot\langle x,y,0\rangle > 0$이고 S_2 위에서는 $\mathbf{n}\cdot\mathbf{k} > 0$을 만족하도록 주어졌다.

6 $\mathbb{R}^3$에서 S는 원점 $(0,0,0)$을 내부에 포함하는 유계 영역의 경계로서 모든 점에서 접평면이 단 하나 존재하는 매끈한 곡면이고, 벡터장 $\mathbf{F}$는

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\langle x,\, y,\, z\rangle, \qquad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 - \{(0,0,0)\}$$

로 정의되었다. 이 때 $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$의 값을 구하시오. 여기에서 $\mathbf{n}$은 S 위의 외향 단위법선벡터장이다.