1 매개변수곡선 $C(t) = \langle \cos t,\, \sin t \rangle$ $(0 \le t \le 2\pi)$에 대해 선적분 $\int_C xy^2 ds$ 의 값을 구하시오.

2 매개변수곡선 $C(t) = \langle 2\cos t,\, 2\sin t,\, t \rangle$ $(0 \le t \le \pi)$에 대해 다음 선적분의 값을 구하시오.

$$\int_C xy^2 dx + x^2 y dy + (x+y)dz$$

3 xy 평면에서 점 $(0,0)$과 $(2,1)$을 양 끝점으로 가지는 선분을 C_1, $(2,1)$과 $(3,2)$를 양 끝점으로 가지는 선분을 C_2라 하자. C_1과 C_2를 이어붙여 만든 곡선을 C라 할 때, 선적분 $\int_C (x-y)dx + xydy$ 의 값을 구하시오.

단, C의 방향은 $(0,0)$에서 출발하여 $(3,2)$에 이르는 것으로 주어졌다.

4 $\mathbb{R}^3$의 매개변수곡선 $C(t) = \langle \sin t,\, 2t,\, \cos t \rangle$ $(0 \le t \le \pi)$와 벡터장 $\mathbf{F}(x,y,z) = \langle y,\, z,\, 2x \rangle$ 에 대해 선적분 $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}\, ds$ 의 값을 구하시오. 여기에서 $\mathbf{T}$는 곡선 C 위에서 단위접선벡터장이다. 즉, $\mathbf{T}(C(t)) = \dfrac{C'(t)}{|C'(t)|}$ 이다.

5 함수 $r = r(t)$과 $\theta = \theta(t)$ 가 구간 $[a,b]$에서 미분가능하고, 도함수 r'과 θ'이 $[a,b]$에서 연속이다. 모든 $t \in [a,b]$ 에 대해 $r(t) > 0$이고 $C(t) = \langle r(t)\cos\theta(t),\, r(t)\sin\theta(t) \rangle$ $(a \le t \le b)$일 때 다음 등식을 보이시오.

$$\int_C \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy \;=\; \theta(b) - \theta(a)$$

(원점을 지나지 않는 매끈한 곡선을 따라 벡터장 $\mathbf{F}(x,y) = -\dfrac{y}{x^2+y^2}\,\mathbf{i} + \dfrac{x}{x^2+y^2}\,\mathbf{j}$ 를 적분한 값은 곡선의 시작점부터 도착점까지 편각이 증가한 양이다.)

6 $\mathbb{R}^3$의 곡면 $z = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2$ 과 평면 $y = x$ 의 교집합 위를 움직이는 입자가 힘의 장 (force field) $\mathbf{F}(x,y,z) = 2xy\,\mathbf{i} + 5z^2\,\mathbf{j} + (x+y)\,\mathbf{k}$ 에 의해 점 $(-1,-1,1)$부터 점 $(2,2,4)$까지 이동하였다. 이 때 $\mathbf{F}$가 이 입자에 한 일(work)을 구하시오.

7 $\mathbb{R}^3$의 원기둥면 $x^2 + y^2 = 1$과 평면 $x + y + z = 1$ 의 교집합 위의 점 $(-1,0,2)$에서 출발하여 $(0,1,0)$을 지나 $(1,0,0)$에 도착하는 부분을 C라 할 때, 다음 선적분의 값을 구하시오. 단, C는 점 $(0,-1,2)$를 지나지 않는다.

$$\int_C xydx + 2yzdy + 3zdz$$