

1 다음과 같이 주어진 매개변수곡면의 넓이를 구하시오.

$$\mathbf{r}(x, y) = \langle 2x^2, 2xy, y^2 \rangle, \quad (x, y) \in [1, 2] \times [1, 2]$$

2  $xy$  평면에서 네 직선  $x + y = 1$ ,  $x + y = 3$ ,  $y = x - 1$ ,  $y = x + 1$ 로 둘러싸인 사각형 영역  $R$ 에서  $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + 2y^2}$ 로 정의된 함수  $f$ 의 그래프의 넓이를 구하시오.

3 포물면  $z = 8 - 2x^2 - 2y^2$  중에서  $xy$  평면의 위쪽에 있는 부분의 넓이를 구하시오.

4 쌍곡포물면  $z = x^2 - y^2$  중에서 원기둥면  $x^2 + y^2 = 2$ 의 내부에 위치한 부분의 넓이를 구하시오.

5 구면  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  중에서 원기둥면  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ 의 내부에 위치한 부분의 넓이를 극좌표 치환을 이용하여 구하시오.

6 다음 물음에 답하시오.

(a)  $xz$  평면의 매개변수곡선  $(x(t), z(t))$  ( $a \leq t \leq b$ )가 미분가능하고 속도벡터가 연속이며, 모든  $t \in [a, b]$ 에 대해  $x(t) \geq 0$ 이라 하자. 이 곡선을  $z$ 축 둘레로  $2\pi$ 만큼 회전하여 얻은 곡면의 넓이가

$$2\pi \int_a^b x(t) \sqrt{[x'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt$$

임을 보이시오.

(b)  $a, b$ 가 양의 상수일 때 위의 결과를 이용하여 원뿔면  $z = a - b\sqrt{x^2 + y^2}$  중에서  $xy$  평면의 위에 있는 부분( $z \geq 0$ )의 넓이를 구하시오.

(c)  $xz$  평면의 원  $(x - 2)^2 + z^2 = 1$ 을  $z$ 축 둘레로  $2\pi$ 만큼 회전하여 얻은 도넛 모양의 곡면(torus)의 넓이를 (a)의 공식을 이용하여 구하시오.