

1 상수 $a, b \in \mathbb{R}$ 가 $|a| + |b| \neq 0$ 을 만족한다고 하자. 실수 x, y 가 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ 을 만족할 때 라그랑주 승수법을 이용하여 $ax + by$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

2 실수 x, y 가 $y^2 + \sqrt{3}xy = 5$ 를 만족할 때 $\frac{x^2}{4} + 2y^2$ 의 최솟값을 라그랑주 승수법을 이용하여 구하시오. $\frac{x^2}{4} + 2y^2$ 의 최댓값은 존재하는가?

3 영역 $D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} + z^2 \leq 1 \right\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$$

의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

4 \mathbb{R}^3 의 곡면 $y^2 - 2xz = -4$ 의 점 (x, y, z) 중에서 원점과 가장 가까운 점을 모두 구하고, 최단거리를 구하시오. 풀이에 라그랑주 승수법을 사용하시오.

(힌트: 점과 원점 사이의 거리의 제곱 $x^2 + y^2 + z^2$ 이 최솟값을 가지는 경우를 찾는다.)

5 \mathbb{R}^3 에서 원기둥면 $x^2 + y^2 = 1$ 과 평면 $x + y - z = -2$ 의 공통 부분에 있는 점 (x, y, z) 에 대해 아래의 두 가지 방법을 따로 사용하여 $y + 3z$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

(a) 라그랑주 승수법을 사용하여

(b) $x = \cos t, y = \sin t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$)로 치환하여