

- 1 다음과 같이 정의된 함수 f 의 임계점을 모두 찾고, 그 종류를 판별하시오.

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2y + \frac{1}{6}y^3 - \frac{1}{2}y, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

- 2 $a \in \mathbb{R}$ 가 상수일 때 다음과 같이 정의된 함수 f 를 생각하자.

$$f(x, y) = ax^2 + 4xy + ay^2 - 3x + 3y, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

- (a) 함수 f 가 오직 하나의 임계점을 가질 때 a 의 범위를 구하시오.
 (b) 함수 f 가 오직 하나의 임계점을 가진다고 하자. 이 임계점이 f 의 극대점이 되는 경우, 극소점이 되는 경우, 안장점이 되는 경우에 해당하는 a 의 범위를 각각 구하시오.

- 3 단위원판 $x^2 + y^2 \leq 1$ 을 정의역으로 하는 함수

$$f(x, y) = x^2 - y^2 - 2\sqrt{2}x$$

의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오. 그리고 최대점과 최소점도 같이 구하시오.

(힌트: 필요하면 정의역의 경계를 매개변수곡선 $(\cos t, \sin t)$ 로 나타내세요.)

- 4 xy 평면에서 네 직선 $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 2$ 로 둘러싸인 유계 영역(정사각형 영역)에서 정의된 함수

$$f(x, y) = (x - y)(xy - 1)$$

의 최댓값과 최솟값을 구하시오. 그리고 최대점과 최소점도 같이 구하시오.