

---

**1** 점  $(x, y)$ 에서 해발고도가

$$f(x, y) = 1000(1 + x^2 + y^2)e^{-x^2 - y^2} \text{ (m)}$$

인 산을 오르는 사람이 있다. 이 사람의 평면 위치가 점  $(1, 3)$ 일 때, 가장 가파르게 산을 오르려면 평면에서의 위치를 기준으로  $\mathbf{u} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$  방향으로 진행해야 한다.  $\mathbf{u}$ 가 단위벡터일 때 상수  $a, b$ 의 값을 구하시오.

---

**2**  $f(x, y, z) = y \cos(xz) + z \sin(xy)$ 일 때 점  $P\left(\frac{\pi}{4}, 1, 0\right)$ 에서  $\mathbf{u} = \frac{1}{2}(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \sqrt{2}\mathbf{k})$  방향으로 방향미분계수  $D_{\mathbf{u}}f(P)$ 의 값을 구하시오.

---

**3** 집합  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2y - y^2z + xz^4 = -3\}$ 은 점  $(2, -1, 1)$  근방에서 곡면이고,  $(2, -1, 1)$ 에서 접평면이 존재한다고 한다. 이 접평면의 방정식을 그래디언트를 이용하여 구하시오.

(11.5절의 과제 6번의 결과와 비교해 보세요.)

---

**4** 집합  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2xz + yz - xy = 10\}$ 은 모든 점에서 접평면을 가지는 곡면임이 알려져 있다. 이 곡면 위의 점  $(a, b, c)$ 에서 접평면이 벡터  $\mathbf{n} = (2, 1, 2)$ 에 수직일 때, 점  $(a, b, c)$ 를 모두 구하시오.

---

**5** 다음과 같이 정의된 함수를 생각하자.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^4 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) 이 함수가 원점에서 불연속임을 보이시오.
- (b) 원점에서 편미분 계수  $f_x(0, 0)$ 와  $f_y(0, 0)$ 가 존재하는가? 그렇다면 그 값을 구하시오.
- (c) 임의의 단위벡터  $\mathbf{u} = (a, b)$ 에 대해  $D_{\mathbf{u}}f(0, 0)$ 가 존재함을 증명하고, 그 값을 구하시오. (힌트: 정의를 적용하고, 두 가지 경우를 고려하세요.)
- (d) 앞의 문제를 풀 때 등식  $D_{\mathbf{u}}f(P) = \nabla f(P) \cdot \mathbf{u}$ 를 적용할 수 없는 이유는 무엇인지 설명하시오.