1 Stokes정리를 사용하여 $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\, dS$ 구하여라.

(i) $\mathbf{F} = x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$; S는 반구 $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ $(-5 \le z \le -3)$, n은 반구면 아래 방향

(ii) $\mathbf{F} = ye^{xz}\mathbf{i} - xe^{yz}\mathbf{j} - z^2e^{xy}\mathbf{k}$; S는 포물면 $z = x^2 + y^2 - 4$ $(z \le 0)$, n은 포물면 아래 방향

(iii) $\mathbf{F} = (x^2y + z^2 + 1)\mathbf{i} + (e^{xy}\cos y + 3)\mathbf{j} + (z^2 - x^2 + y^2)\mathbf{k}$; S는 원추면 $y^2 = z^2 + x^2$ $(2 \le y \le 3)$, n은 원추면 바깥 방향

(iv) $\mathbf{F} = e^{zx}\cos z\,\mathbf{i} + x\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$; S는 반구 $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ $(z \ge 0)$, n은 반구면 윗 방향

(v) $\mathbf{F} = yz\mathbf{i} + zx\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$; S는 포물면 $z = 9 - x^2 - y^2$ $(z \ge 5)$, n 은 포물면 윗 방향

2 C는 평면 $z = 2x$ 와 포물면 $z = x^2 + y^2$ 의 공통부분으로 위에서 볼 때 반시계 방향의 곡선이고, 벡터장 $\mathbf{F}$가

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\mathbf{i} + \frac{1}{2}(y^2 + z^2)\mathbf{j} + \frac{1}{2}(z^2 + x^2)\mathbf{k}$$

일 때, Stokes 정리를 사용하여 $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}\, ds$ 를 구하여라.

3 C는 좌표평면과 평면 $2x+y+2z=2$ 으로 둘러싸인 영역의 경계로 위에서 볼 때 반시계 방향의 곡선이고, 벡터장 $\mathbf{F}$가

$$\mathbf{F} = e^{-x}\mathbf{i} + e^{x}\mathbf{j} + e^{z}\mathbf{k}$$

일 때, Stokes 정리를 사용하여 $\int_C \mathbf{F}\cdot\mathbf{T}\,ds$ 를 구하여라.

4 S 가 반구면 $z = \sqrt{4-x^2-y^2}$ 이고 C는 반시계 방향의 S의 경계, $\mathbf{n}$ 은 S의 윗 방향으로의 법선벡터라고 하자. 그리고 벡터장 $\mathbf{F}$가

$$\mathbf{F} = (-x+y+z)\mathbf{i} + (x-y+z)\mathbf{j} + (x+y-z)\mathbf{k}$$

일 때, $\int_C \mathbf{F}\cdot\mathbf{T}\,ds$ 와 $\iint_S (\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}\,dS$ 을 직접 계산하여 Stokes 정리가 성립함을 확인하여라.

5 다음 벡터장이 비회전장임을 보이고 벡터장의 포텐셜 함수를 구하여라.

$$\mathbf{F} = \frac{2xe^{z^2+1}}{1+(x^2+y^2)}\mathbf{i} + \frac{2ye^{z^2+1}}{1+(x^2+y^2)}\mathbf{j} + 2ze^{z^2+1}\ln(x^2+y^2+1)\mathbf{k}$$

6 곡선 C가 $\gamma(t) = (\sin t, \cos t, \sin 2t)$ $(0 \le t \le 2\pi)$ 일 때,

$$\int_C (y+\sin x)\,dx + (z^2+\cos y)\,dy + x^3\,dz$$

를 계산하여라.