1 발산정리를 사용하여 곡면 S 위에서 벡터장 F의 유량 $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$ 구하여라. 여기에서 n은 곡면 S에 대한 외향 단위법선벡터이다.

(i) $\mathbf{F} = e^x \sin y\mathbf{i} + e^x \cos y\mathbf{j} + yz^2\mathbf{k}$; S는 $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=2$, $z=0$, $z=3$ 으로 둘러싸인 직육면체의 표면

(ii) $\mathbf{F} = 3xy^2\mathbf{i} + xe^z\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$; S는 원통면 $y^2+z^2=1$ 과 평면 $x=-3$, $x=5$ 으로 둘러싸인 영역의 경계

(iii) $\mathbf{F} = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$; S는 곡면 $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$

(iv) $\mathbf{F} = \ln(x^2+y^2+1)\mathbf{i} + \ln(x^2+y^2+1)\mathbf{j} + z^2\ln(x^2+y^2+1)\mathbf{k}$; S는 원통면 $x^2+y^2=5$ 과 평면 $z=0$, $z=3$으로 둘러싸인 영역의 경계

(v) $\mathbf{F} = x(x^2+y^2+1)\mathbf{i} + y(x^2+y^2+1)\mathbf{j} + z(x^2+y^2+1)\mathbf{k}$; S는 영역 $1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4$ 의 경계

(vi) $\mathbf{F} = 4x^3z\mathbf{i} + 4y^3z\mathbf{j} + 3z^4\mathbf{k}$; S는 원점이 중심이고 반지름이 R 인 구면

(vii) $\mathbf{F} = 9x\mathbf{i} + y\cosh^2 x\mathbf{j} - z\sinh^2 x\mathbf{k}$; S는 곡면 $4x^2+y^2+9z^2=36$

2 다음 곡면적분 $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$ 와 3중적분 $\iiint_T \nabla\cdot\mathbf{F}\,dV$ 를 모두 직접 계산하여서 발산정리가 성립함을 보여라. 여기에서 T는 곡면 S 의 내부이고, n은 곡면 바깥을 향하는 단위법선벡터이다.

$\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$; S는 세 좌표평면과 $x=2$, $y=2$, $z=2$로 둘러싸인 영역의 경계

3 폐곡면 S가 원추면 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 과 평면 $z=1$, $z=2$ 로 둘러싸인 영역의 경계이고, 벡터장 $\mathbf{F}$ 가

$$\mathbf{F} = x(x^2+y^2+1)\mathbf{i} + y(x^2+y^2+1)\mathbf{j} + z(x^2+y^2+z^2)\mathbf{k}$$

일 때, $\mathbf{F}$의 S에 대한 유량 $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$ 구하여라. 여기에서 $\mathbf{n}$은 곡면 S에 대한 외향 단위법선벡터이다.

4 S는 반구면 $x^2+y^2+z^2=1$ $(z\ge 0)$ 일 때, 벡터장 $\mathbf{F} = x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ 의 유량 $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$ 구하여라. 여기에서 $\mathbf{n}$은 곡면 S에서 위로 향하는 단위법선벡터이다. (S가 폐곡면이 아님에 유의할 것)