

2011학년도 2학기 (기말고사)		학 과			감독교수확인
과 목 명	일반수학2	학 번			
출제교수명	공 동	교수명		분 반	
시 험 일 시	2011.12.12 월요일 (오전 10:00~11:40)	성 명			점 수

1번~10번의 문제는 단답형으로 각 문제당 배점은 5점이며 부분점수가 없다. 주어진 상자 안에 답만 쓸 것.

1. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{2y}^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx dy$ 를 구하여라.

답 :

2. 다음의 적분을 구하여라.

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2+y^2)^3} dx dy$$

답 :

3. 3차원 공간에서 $1 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2$ 을 만족하는 입체의 부피를 구하여라.

답 :

4. 주면좌표와 구면좌표로 표현된 다음의 두 적분이

$$\int_0^{\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-r^2}} r^2 dz dr d\theta = \int_0^{\pi} \int_0^A \int_0^B C d\rho d\phi d\theta$$
 일

때, A, B, C 에 들어갈 수나 식을 각각 구하여라.

답 : $A =$ $B =$ $C =$

5. 삼중적분

$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2) dz dy dx$ 를
구하여라.

답 :

6. 벡터장 $\mathbf{F}(x,y,z) = \langle e^{xy}, e^y \cos(yz), e^z \sin(xz) \rangle$ 에 대
하여 $\nabla \times \mathbf{F}$ 를 구하여라.

답 :

7. 곡선 C 가 $(-1,1)$ 에서 $(2,4)$ 까지 $y = x^2$ 의 그래프의
한 부분일 때, 선적분 $\int_C (x^2 - y^2) dx + (x^2 + y^2) dy$ 를 구
하여라.

답 :

8. 곡면 S 가 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 일 때,
곡면적분 $\iint_S z^2 dS$ 를 구하여라.

답 :

2011학년도 2학기 (기말고사)		학 과			감독교수확인
과 목 명	일반수학2	학 번			
출제교수명	공 동	교수명	분 반		
시 험 일 시	2011.12.12 월요일 (오전 10:00~11:40)	성 명			점 수

9. 곡면 S 가 $x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 1$ 와 $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ 의 공통부분의 표면(경계)이고, \mathbf{n} 이 S 의 외향 단위법선벡터일 때, 벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle x, y, 1 \rangle$ 의 S 를 통한 유량 $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 를 구하여라.

답 :

10. 곡면 S 가 포물면 $z = x^2 + y^2 - 4$, $z \leq 0$ 이고, S 의 단위법선벡터 \mathbf{n} 이 포물면의 위쪽 방향을 가리킨다. 벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle -y + z, 2x + z^2, z^3 \rangle$ 일 때, $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$ 를 구하여라.

답 :

11번~15번의 문제는 서술형으로 각 문제당 배점은 10점이다. 풀이과정을 쓸 것.

11. 원 $2x^2 + y^2 - 4y = 0$ 위의 점 (x, y) 중에서, 함수 $f(x, y) = e^{-xy}$ 가 최댓값을 가지는 모든 점들을 구하여라.

12. 다음의 삼중적분을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_{\arcsin y}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\cos x \sqrt{1 + \cos^2 x}} dz dx dy$$

13. 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 에서 $1 \leq z \leq 2$ 인 부분의 넓이를 주면좌표를 사용하여 구하여라.

2011학년도 2학기 (기말고사)		학 과			감독교수확인	
과 목 명	일반수학2	학 번				
출제교수명	공 동	교수명		분 반		
시 험 일 시	2011.12.12 월요일 (오전 10:00~11:40)	성 명				점 수

14. 보존적인 벡터장

$\mathbf{F}(x, y, z) = (e^x \cos y + yz)\mathbf{i} + (xz - e^x \sin y)\mathbf{j} + (xy + z)\mathbf{k}$
의 퍼텐셜 함수를 구하고,

매개변수곡선 $C(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle$, $t \in [0, 1]$ 을 따르는

선적분 $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T} ds$ 를 구하여라.

15. 평면 위의 임의의 한 점 (x_1, y_1) 에서 출발하여 다른 점 (x_2, y_2) 을 잇는 선분을 C 라 하자. 이 때, 선적분

$\int_C x dy$ 를 x_1, y_1, x_2, y_2 에 관한 식으로 표현하고, 이

식을 사용하여 점 $(0, 0), (3, 1), (4, 3), (2, 8), (1, 5)$ 를 꼭지점으로 하는 오각형의 넓이를 구하여라.