1. 발산

2. 발산

3. 조건수렴

4. 극좌표 $(4, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi)$, 직교좌표 $(-1, \sqrt{3})$

5. $y = 2x - 4$

6. $x = a - t, y = b + t, z = -1$ (단, $a + b = 2$ )

7. $x + y + 2z = 10$

8. $\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots$

9. 7

10. $y = \sqrt{3}\,x - \sqrt{3}\,\pi + 6$

11. 심장형 $r=1+\cos\theta$ 의 둘레길이를 구하시오.

풀이) $\sqrt{r^2+\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}=\sqrt{(1+\cos\theta)^2+(-\sin\theta)^2}=\sqrt{2+2\cos\theta}=\sqrt{4\cos^2\frac{\theta}{2}}$

길이=$2\int_0^{\pi}\sqrt{r^2+\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}\,d\theta=2\int_0^{\pi}2\cos\frac{\theta}{2}\,d\theta=\left[8\sin\frac{\theta}{2}\right]_0^{\pi}=8$

12. 점 $A(1,0,1)$로 부터  두 점 $P(2,3,1)$과 $Q(-3,1,4)$를 지나는 직선까지의 거리를 구하시오.

풀이) 백터 $\overrightarrow{PQ}$와 $\overrightarrow{PA}$ 의 사이각을 $\theta$라 하면, 구하고자 하는 거리는

$$\text{거리} = |\overrightarrow{PA}|\sin\theta = \frac{|\overrightarrow{PA}\times\overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{PQ}|} = \frac{\sqrt{259}}{\sqrt{38}} = \frac{\sqrt{9842}}{38}$$

$\overrightarrow{PA} = \langle -1, -3, 0\rangle$, $\overrightarrow{PQ} = \langle -5, -2, 3\rangle$

$\overrightarrow{PA}\times\overrightarrow{PQ} = \langle -9, 3, -13\rangle$

13. $r=1-\cos\theta$ 의 외부와 $r=1$의 내부로 이루어진 영역의 넓이를 구하시오.
풀이)

$$넓이= \frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[1^2-(1-\cos\theta)^2\right]d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2\cos\theta-\cos^2\theta)d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2\cos\theta-\frac{1+\cos 2\theta}{2}\right)d\theta=\left[2\sin\theta-\frac{\theta}{2}-\frac{\sin 2\theta}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=2-\frac{\pi}{4}$$

14. 멱급수 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$ 의 수렴 반지름과 수렴구간을 구하시오.

풀이)

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^{n+1}\frac{(x-2)^{n+1}}{\sqrt{n+1}}}{(-1)^n\frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}}\right| = |x-2|$$

주어진 급수는 $|x-2|<1$ 일 때, 수렴 하므로 수렴 반지름은 1이다.

$x=3$ 이면 급수는 교대급수판정법에 의해 수렴하고

$x=1$ 이면 급수는 $p=\frac{1}{2}$ 인 $p$-급수이므로 발산한다.

수렴구간 = (1, 3]

15. 매개변수곡선 $x(t) = \cos^3 t$, $y(t) = \sin^3 t$ 를 $x-$축을 중심으로 회전시킬 때 얻어지는 곡면의 넓이를 구하시오.

풀이)

$$ds = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt = |3\sin t \cos t|\, dt$$

$$넓이 = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi y ds$$

$$= 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi \sin^3 t \, 3\sin t \cos t \, dt = 12\pi \left[\frac{\sin^5 t}{5}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{12\pi}{5}$$