

1. $\rho = 2 \cos \phi$
2. $3x - 6y + 2z + 18 = 0$
3. $\frac{\partial w}{\partial y} = 6y$
4. 2
5. 안장점
6. $\frac{\pi}{8}$
7. $\frac{(1 - \cos 1)\pi}{4}$
8. $\frac{2}{3}$
9. $A = 1, \quad B = -\sqrt{z}$
10. $\frac{32\pi}{3}$

11. 내부 임계점 :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 1 = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 4y = 0 \quad \text{에서 임계점은 } (1/2, 0) \text{ 이고}$$
$$f(1/2, 0) = -1/4 \text{ 이다.}$$

경계:

$$\text{경계위에서 } y^2 = 1 - x^2, \quad -1 \leq x \leq 1 \text{ 이므로 } f(x) = -x^2 - x + 2 \text{ 이고}$$
$$f(-1/2) = 9/4, \quad f(1) = 0.$$

그러므로 최대값은 $f(-1/2, \pm \sqrt{3}/2) = 9/4$ 이고
최소값은 $f(1/2, 0) = -1/4$ 이다.

12. $D = \{(x, y) : (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$

구하고자하는 부피 = $\int \int_D \sqrt{x^2 + y^2} dA$ 이고

원의 방정식 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 은 극 방정식으로 $r = 2\cos\theta$ ($-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) 이므로

$$\text{부피} = \int \int_D \sqrt{x^2 + y^2} dA = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\cos\theta} r^2 dr d\theta = \frac{32}{9} .$$

13. Lagrange 승수법을 사용하여

$$g(x, y) = \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} - 1 \text{ 로 두고}$$

$$g(x, y) = 0, \quad \nabla f = \lambda \nabla g \text{ 로부터}$$

$$y = \frac{\lambda x}{4}, \quad x = \lambda y \text{ 이다.}$$

따라서 $y = \frac{\lambda^2 y}{4}$ 이고 $y = 0$ 또는 $\lambda = \pm 2$ 이다.

$y = 0$ 이면 $x = 0$ 인데 $g(0, 0) \neq 0$ 이므로 $y \neq 0$ 이다.

그러므로 $\lambda = \pm 2$ 이고 $x = \pm 2y$ 에서 $x = \pm 2, y = \pm 1$.

최대값 : 2

최소값: -2

14. 주어진 입체를 구면 좌표로 나타내면

$$0 \leq \rho \leq 2\cos\phi$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ 이다.}$$

그러므로

$$\text{부피} = \int_0^{2\pi} \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^{2\cos\phi} \rho^2 \sin\phi \, d\rho d\phi d\theta = \frac{\pi}{3} .$$

$$15. \text{ 넓이} = \iint_D \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1} \, dydx$$

$$z = \sqrt{1-x^2}, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$\text{원기둥면 윗면의 넓이} = \iint_D \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1} \, dydx$$

$$= \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dydx = 4 \text{ 이고}$$

원기둥면 전체의 넓이는 $2 \times 4 = 8$ 이다.