

| | | | | |
|--------------------|---------------------------------|--------|--------|--|
| 2005학년도 2학기 (기말고사) | | 학 과 | 감독교수확인 | |
| 과 목 명 | 일반수학2 | 학년,학번 | | |
| 출제교수명 | 공 동 | 분반,교수명 | | |
| 시 험 일 시 | 2005.12.13.화 (오전10:00~11:30) | 성 명 | 점 수 | |

1번~10번의 문제는 단답형으로 각 문제당 배점은 5점이다. 주어진 상자 안에 적힌 답에 의해서만 채점이 되니 주의할 것. 1번~6번은 부분점수가 없으며, 7번~10번은 항목별로 부분점수가 주어진다.

1. 다음 직교좌표로 주어진 점의 주면좌표와 구면좌표를 써라.

| | |
|------|---|
| 직교좌표 | $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{3}\right)$ |
| 주면좌표 | 답: |
| 구면좌표 | 답: |

2. 다음 극한들 중 수렴하는 것을 모두 골라 그 기호를 답란에 써라.

- ① $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \ln(x^2 + y^2)$
 ② $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$
 ③ $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$

답:

3. 함수 $f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ 에 대하여 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ 를 계산하여라.

답:

4. 점 $P(4, -3)$ 에서 원점 O 의 방향으로 함수 $f(x, y) = xy + y^2$ 의 방향도함수를 구하여라.

답:

5. 점 $(1, 0, 1)$ 에서 곡면 $x^2 - y^2 = z$ 에 접하는 평면의 방정식을 구하여라.

답:

6. 다음 반복적분을 계산하여라.

$$\int_0^1 \int_y^1 e^{-x^2} dx dy =$$

답:

7. 다음 직교좌표의 적분을 극좌표의 적분으로 고쳐 계산하여라.

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{3}y}^{\sqrt{4-y^2}} 1 dx dy = \int_0^A \int_0^B C dr d\theta = D$$

답:

| | | | | | |
|--------------------|---------------------------------|--------|--|--------|--|
| 2005학년도 2학기 (기말고사) | | 학 과 | | 감독교수확인 | |
| 과 목 명 | 일반수학2 | 학년,학번 | | | |
| 출제교수명 | 공 동 | 분반,교수명 | | | |
| 시 험 일 시 | 2005.12.13.화 (오전10:00~11:30) | 성 명 | | 점 수 | |

8. 네 개의 평면 $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ 로 둘러싸인 사면체 T 에서의 함수 $f(x, y, z)$ 의 삼중적분을 아래 식에서와 같이 반복적분으로 나타내어라.

$$\iiint_T f(x, y, z) dV = \int_0^A \int_0^B \int_0^C f(x, y, z) dx dy dz$$

9. 삼차원영역 S 는 원점이 중심이고 반지름이 1인 구의 내부이다. 영역 S 에서 함수 $f(\rho, \phi, \theta) = e^{-\rho^3}$ 의 적분을 구면좌표계의 적분으로 나타내어라. (단, 반복적분의 모양으로 쓰고, 적분 계산은 하지 말 것.)

답:

10. 곡면 $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ 을 세 개의 평면 $z = 0$, $z = 1$, $z = 2$ 로 자를 때 나타나는 자국을 주어진 좌표평면에 그려라. (각 곡선이 어떤 z 값에 대응되는지 분명히 쓸 것.)

답:

11번~15번의 문제는 서술형으로 각 문제당 배점은 10점이다. 풀이의 완성도에 따라 부분점수가 주어지므로 풀이과정을 쓸 것.

11. $w = f(r)$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 일 때, 다음 등식이 성립함을 보여라.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr}$$

| | | | | | |
|--------------------|---------------------------------|--------|--|--------|--|
| 2005학년도 2학기 (기말고사) | | 학 과 | | 감독교수확인 | |
| 과 목 명 | 일반수학2 | 학년,학번 | | | |
| 출제교수명 | 공 동 | 분반,교수명 | | | |
| 시 험 일 시 | 2005.12.13.화 (오전10:00~11:30) | 성 명 | | 점 수 | |

| | |
|--|--|
| <p>12. 제약조건 $x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x + y = 10$ 에 따른 함수 $f(x, y) = x + y$ 의 최대값과 최소값을 구하여라.</p> | <p>13. 함수 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ 의 임계점들을 구하고, 각각을 판정하여라.</p> |
|--|--|

| | | | | | |
|--------------------|---------------------------------|--------|--|--------|--|
| 2005학년도 2학기 (기말고사) | | 학 과 | | 감독교수확인 | |
| 과 목 명 | 일반수학2 | 학년,학번 | | | |
| 출제교수명 | 공 동 | 분반,교수명 | | | |
| 시 험 일 시 | 2005.12.13.화 (오전10:00~11:30) | 성 명 | | 점 수 | |

14. 함수 $z = xy$ 의 그래프 중 원기둥면 $x^2 + y^2 = 1$ 의 내부에 놓인 부분의 곡면넓이를 구하여라.

15. 두 평면 $z = 1, z = -1$ 과 곡면 $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ 로 둘러싸인 입체의 부피를 구하여라.