

I. 다음 문항에 대하여 답을 구하라.

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + \sqrt{n}}{1 - 3\sqrt{n}} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 1} = \infty$$

$$3. \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \right) = \frac{-1}{(x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$4. \frac{d}{dx} \sin \frac{1}{\sqrt{x+4}} = -\frac{1}{2} \cos \frac{1}{\sqrt{x+4}} (x+4)^{-3/2}$$

$$5. \int \frac{\sin \Theta}{\sqrt{1 + \cos \Theta}} d\Theta = -2\sqrt{1 + \cos \Theta}$$

$$6. \frac{d}{dx} \int_a^{x^3} \sin t dt = 3x^2 \sin x^3$$

7. 방정식 $\frac{1}{4}x = \left| \frac{x}{3} \right|$ 의 근을 구하라.

∴ 정답 : 0.4, 8

8. 구간 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sin x$ 는 역함수 $g(t)$ 를 갖는다. 이 때, 점 $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 에게 함수 g 의 미분 계수를 구하라.

∴ 2

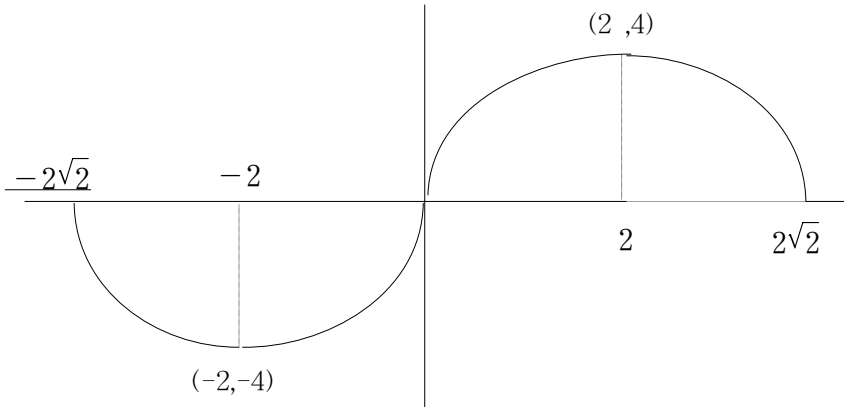
II. 함수 $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$ 에 대해 아래 문항에 답하고, 그래프의 개형을 그려라.

- $f(x)$ 의 정의역 : $-2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{2}$
- $f(x)$ 의 최소값 : -4
- $f(x)$ 의 최대값 : 4
- $f(x)$ 의 변곡점 : 0

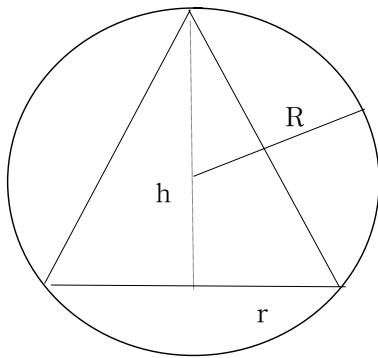
$$\begin{aligned} f' &= \sqrt{8-x^2} + \frac{x}{2}(8-x^2)^{-1/2}(-2x) \\ &= (8-x^2)^{-1/2}(8-x^2-x^2) \\ &= 2(8-x^2)^{-1/2}(4-x^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'' &= 2 \left[-\frac{1}{2}(8-x^2)^{-3/2}(4-x^2)(-2x) + (8-x^2)^{-1/2}(-2x) \right] \\ &= 2(8-x^2)^{-3/2} [x(4-x^2) - 2x(8-x^2)] \\ &= 2(8-x^2)^{-3/2} [4-x^2-2x(8-x^2)] \\ &= 2x(8-x^2)^{-3/2}(x^2-12) \end{aligned}$$

x	$-2\sqrt{2}$	-2	0	2	$2\sqrt{2}$
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f''	$+$	$+$	0	$-$	$-$
f		-4		4	



III. 반지름이 R 인 구에 높이가 R 보다 큰 원뿔을 내접하여 부피가 최대가 될 때 그 삼각뿔의 높이를 R 로 표시하라.



$$(h-R)^2 + r^2 = R^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$2(h-R)h' + 2r = 0$$

$$\Rightarrow h' = \frac{-2r}{2(h-R)}$$

$$V' = \frac{1}{3} \pi (2rh + r^2 h')$$

$$= \frac{1}{3} \pi r (2h + rh') = 0$$

$$2h + r \frac{-r}{h-R} = 0$$

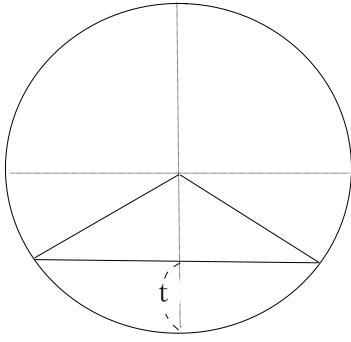
$$2h(h-R) - r^2 = 2h^2 - 2hR - r^2$$

$$= 2h^2 - 2hR - (h-R)^2 - R^2$$

$$= 2h^2 - 2hR - h^2 - 2hR$$

$$= 3h^2 - 4hR = 0$$

IV. 반지름이 1인 코르크 공을 물에 띄워 가라앉은 깊이가 t 일때 가라앉은 부분의 부피를 t 로 표시하라.



$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{aligned} V &= \int_{-1-t}^{-1} \pi x^2 dy = \pi \int (1-y^2) dy \\ &= \pi \left(y - \frac{y^3}{3} \right) \Big|_{-1-t}^{-1} \\ &= \pi \left[-1 + \frac{1}{3} - (-1+t) + \frac{1}{3} (-1+t)^3 \right] \\ &= \pi \left[-\frac{2}{3} + 1 - t + \frac{1}{3} (-1+t^3+3t-3t^2) \right] \\ &= \pi \left[\frac{1}{3} - t - \frac{1}{3} + \frac{t^3}{3} + t - t^2 \right] \\ &= \pi \left(\frac{t^3}{3} - t^2 \right) \\ \therefore V &= \pi \left(t^2 - \frac{t^3}{3} \right) \end{aligned}$$

V. 곡선 $x = \frac{1}{6}y^3 + \frac{1}{2y}$ ($1 \leq y \leq 2$) 의 길이를 구하라.

$$\begin{aligned} 1 + \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 &= 1 + \left(\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2y^2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2y^2} \right)^2 \\ S &= \int_1^2 \left(\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2y^2} \right)^2 dy \\ &= \left(\frac{1}{6}y^3 - \frac{1}{2y} \right) \Big|_1^2 = \frac{17}{12} \end{aligned}$$