Ⅰ. 다음 문항에 대하여 답을 구하라.

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+\sqrt{n}}{1-3\sqrt{n}}=\infty$

2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x-1}=\infty$

3. $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}\right)=\dfrac{-1}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}}$

4. $\dfrac{d}{dx}\sin\dfrac{1}{\sqrt{x+4}}=-\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{1}{\sqrt{x+4}}(x+4)^{-3/2}$

5. $\displaystyle\int\frac{\sin\Theta}{\sqrt{1+\cos\Theta}}\,d\Theta=-2\sqrt{1+\cos\Theta}$

6. $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_a^{x^3}\sin t\,dt=3x^2\sin x^3$

7. 방정식 $\dfrac{1}{4}x=\left|\dfrac{x}{3}\right|$ 의 근을 구하라.

∴ 정답 : 0.4 , 8

8. 구간 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 에서 정의된 함수 f(x)= sinx는 역함수 g(t)를 갖는다. 이 때, 점 t=$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 에거 함수 g의 미분계수를 구하라.

∴ 2

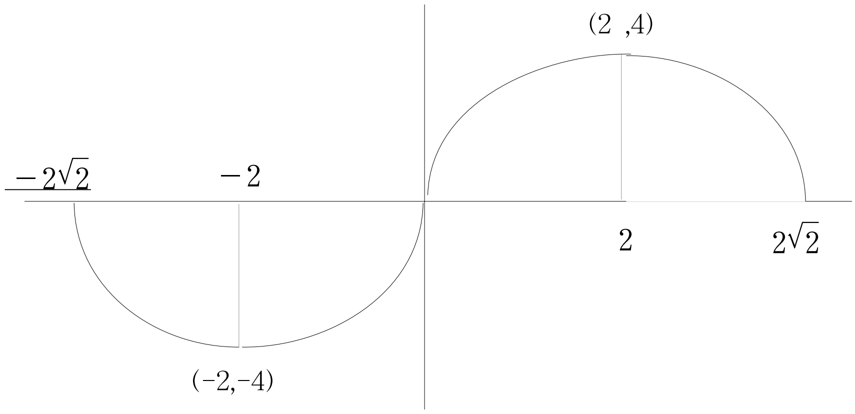
Ⅱ. 함수 f(x) = $x\sqrt{8-x^2}$ 에 대해 아래 문항에 답하고, 그래프의 개형을 그려라.

- f(x)의 정의역 : $-2\sqrt{2}\le x\le 2\sqrt{2}$
- f(x)의 최소값 : -4
- f(x)의 최대값 : 4
- f(x)의 변곡점 : 0

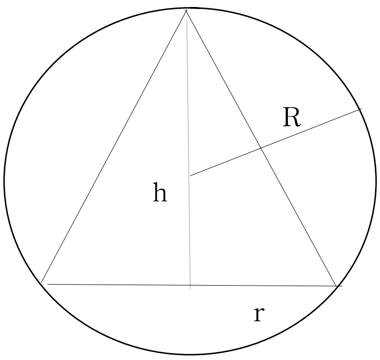
$$f'=\sqrt{8-x^2}+\frac{x}{2}(8-x^2)^{-1/2}(-2x)$$
$$=(8-x^2)^{-1/2}(8-x^{2-x^2})$$
$$=2\ (8-x^2)^{-1/2}(4-x^2)$$

$$f''=2\ [-\frac{1}{2}(8-x^2)^{-3/2}(4-x^2)\ (-2x)\ +(8-x^2)^{-1/2}(-2x)]$$
$$=\ 2\ (8-x^2)^{-3/2}[x(4-x^2)-2x(8-x^2)]$$
$$=\ 2\ (8-x^2)^{-3/2}[4-x^2-2x(8-x^2)]$$
$$=\ 2x\ (8-x^2)^{-3/2}(x^2-12)$$

x	$-2\sqrt{2}$	-2	0	2	$2\sqrt{2}$
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f''	$+$	$+$	0	$-$	$-$
f		-4		4	



Ⅲ. 반지름이 R인 구에 높이가 R보다 큰 원뿔을 내접하여 부피가 최대가 될 때 그 삼각뿔의 높이를 R로 표시하라.



$$(h-R)^2+r^2=R^2$$

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$2(h-R)h'+2r=0$$

$$\Rightarrow h'=\frac{-2r}{2(h-R)}$$

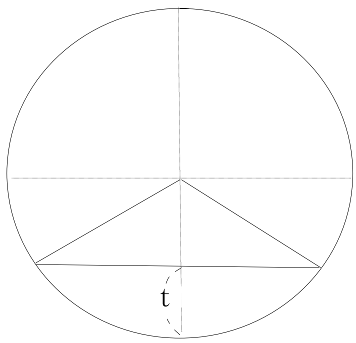
$$V'=\frac{1}{3}\pi(2rh+r^2h')$$

$$=\frac{1}{3}\pi r(2h+rh')=0$$

$$2h+r\frac{-r}{h-R}=0$$

$$\begin{aligned}2h(h-R)-r^2 &= 2h^2-2hR-r^2\\ &= 2h^2-2hR-(h-R)^2-R^2\\ &= 2h^2-2hR-h^2-2hR\\ &= 3h^2-4hR=0\end{aligned}$$

Ⅳ. 반지름이 1인 코르크 공을 물에 띄워 가라앉은 깊이가 t 일때 가라앉은 부분의 부피를 t 로 표시하라.



$$x^2+y^2=1$$

$$V=\int_{-1-t}^{-1}\pi x^2dy=\pi\int(1-y^2)dy$$

$$=\pi(y-\frac{y^3}{3})\Big|_{-1}^{-1+t}$$

$$=\pi\left[-1+\frac{1}{3}-(-1+t)+\frac{1}{3}(-1+t)^3\right]$$

$$=\pi\left[-\frac{2}{3}+1-t+\frac{1}{3}(-1+t^3+3t-3t^2)\right]$$

$$=\pi\left[\frac{1}{3}-t-\frac{1}{3}+\frac{t^3}{3}+t-t^2\right]$$

$$=\pi\left(\frac{t^3}{3}-t^2\right)$$

$$\therefore\ V=\pi\left(t^2-\frac{t^3}{3}\right)$$

Ⅴ. 곡선 $x=\frac{1}{6}y^3+\frac{1}{2y}$ $(1\leqq y\leqq 2)$ 의 길이를 구하라.

$$1+(\frac{dx}{dy})^2=1+(\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2y^2})^2$$

$$=(\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2y^2})^2$$

$$S=\int_1^2(\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2y^2})^2dy$$

$$=(\frac{1}{6}y^3-\frac{1}{2y})\Big|_1^2=\frac{17}{12}$$